

# エンドミル加工における切削力及び表面誤差の解析法について

Analysis methods of cutting force and surface error in end milling

キーワード

切削力、瞬間切削力、静変形、切削係数、加工誤差

機械工具事業部工具技術部

堀 功

## ■ 適用

エンドミルによる切削力の解析方法は、切削除去体積と平均切削力から算出するのが一般的であった。しかしながら、エンドミルはねじれ角をもち、切削は3次元的に行われるため、その切削力を求めるには個々の微小要素における切削力を計算し、さらには工具の変形を考慮した計算が必要になる。最近の、解析方法の一部をまとめてみた。

## ■ Abstract

One of the most basic and popular method of analysis of cutting force was to simulate the relationship between metal removal rate and the averaged power consumption in the cut. However, end mills have helix angle and the cutting procedure proceeds in 3-D.

Therefore, in order to predict the cutting force precisely, it is necessary to divide the tool in a small element and furthermore consider dynamic deflection of tools.

This paper introduces the recent analysis methods how to predict the cutting forces and surface error in detail.

## 1. はじめに

エンドミルは、金型の3次元加工から一般機械加工まで幅広く使われる工具である。特に、NC制御技術の進歩、データの高速処理技術の向上及び高速機械の登場により、エンドミル加工は今や最先端の加工といっても過言ではない。

しかしながら、工具形状に起因する低剛性、低減衰性また片持ち加工の特性上発生する加工誤差、びり振動などが問題となる。

これらの問題を解決するためには、加工メカニズムを解析し、加工中の切削力や加工誤差を推定することが重要になる。

当社では、翁と森内<sup>(1)</sup>が実験データを主体に切削力の算出を行っているが、あくまで一般ねじれ角の場合であり、設計諸元が変化した場合までは考慮されていない。

こうした背景の中で、理論的解析手法として最も

有名なのは、'91年にSmithとTlusty<sup>(2)</sup>により提案された解析方法である。その論文の中で、エンドミル加工の切削モデルは5つに分類され、その特徴がまとめられている。

また、日本では<sup>(3)</sup>白瀬らが、工具変形を考慮したときの精密なシミュレーションを行っており、その結果が報告されている。

ここでは、白瀬らが行っているエンドミル切削力の算出方法と実際に加工を行ったときの整合性を中心に紹介したい。

## 2. エンドミル加工における切削モデル

### 2.1 従来の方法 (平均切削力モデル)

図1は、不二越技報 Vol.35, No.1(1979)に記載してあるエンドミルの受ける力を表している。これは、いわゆる平均切削力モデルの変形で、加工除去体積

をもとに X-Y 方向切削力の合力と、切削トルクを求め方法である。

すなわち、軸方向の切り込み深さ  $a_a$ 、半径方向の  $a_r$ 、一刃あたりの送り量を  $f$  とすると、加工除去体積  $V$  は、

$$V = a_a \cdot a_r \cdot f \text{ mm}^3 / \text{刃}$$

で表される。種々の切削実験の結果、X-Y 方向の切削力の合力  $R$  及び切削トルク  $T$  は、

$$R = a \cdot V^n$$

$$T = b \cdot (N \cdot V)^m$$

で表される。ここで、 $n$  及び  $m$  は実験より求めた各種被削材別の定数であり、 $N$  はエンドミルの刃数である。しかし、このモデルは、切削力及び加工誤差の近似値を簡便に求めるにすぎず、エンドミルの諸元、すなわち、ねじれ角、外周すくい角、外周逃げ角そして心厚等が変化したときの正確な数値を求めることは困難である。もっとも、工作機械の所要動力や、クランプ力などを簡便に把握したり、エンドミルの切削条件を決定するには実用的である。

## 2.2 瞬間切削力モデル、静変形モデル

このモデルについては、参考文献(2)に詳しく述べてある5つのモデルの1つである。これは、図2のエンドミルに見られるように、ねじれ刃の稜線に発生する切削力ベクトルの総計を切削力として用いる方法である。このモデルでは、加工中の工具変形を考慮しながら、加工面形状・誤差を推定することができる。ただし、工具変形はあくまで静的変形と仮定し、慣性の影響は考慮しない。

具体的には、エンドミルを軸方向に輪切りにし、

個々の微小要素に分割する。図3を見てもわかるとおり、個々の微小要素ごとに計算された切削力を足し合わせることで、切り込み条件の違いによる

### エンドミルの受ける切削抵抗 (アップカットの場)

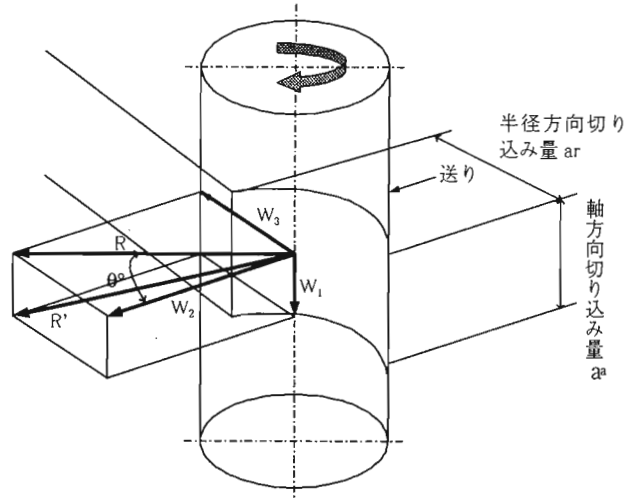


図1 従来の切削力の考え方

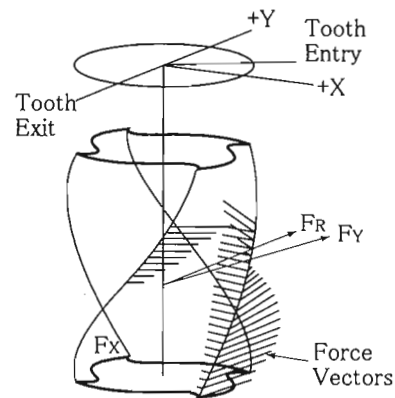


図2 エンドミルの切削力の厳密解法の一例

(出典: An Overview of Modeling and Simulation of the Milling Process, Trans. ASME, J. Eng. Ind., 113, 2, 1991)

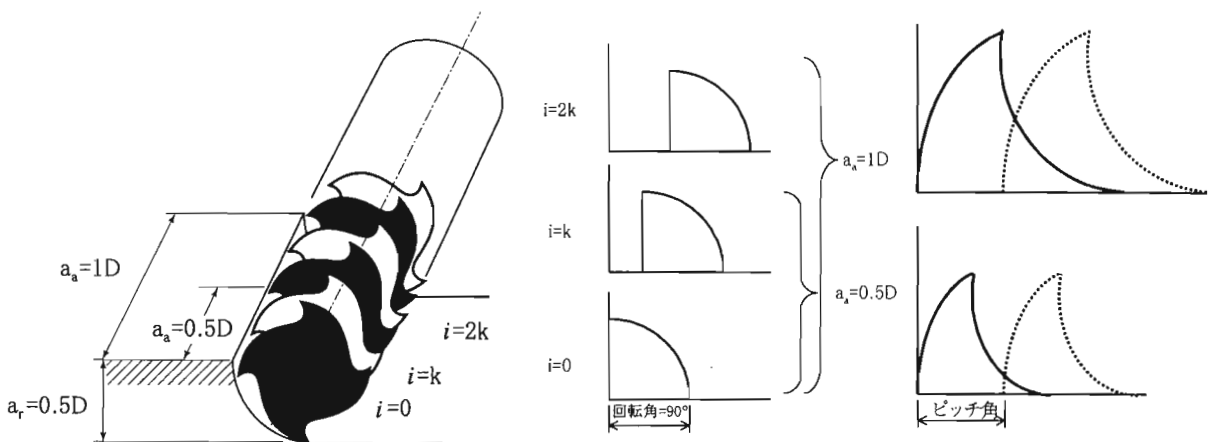


図3 切削力の計算方法

切削力などが容易に計算できる。

図4はある工具回転角 $\theta$ における軸方向の微小要素の $j$ 番目の切れ刃に作用する切削力を示しており、それぞれ工具接線方向、工具半径方向、工具軸方向でそれぞれ $dF_{tj}$ 、 $dF_{rj}$ 、 $dF_{aj}$ とすると、次式で表される。

$$\begin{aligned} dF_{tj}(\theta, z) &= [K_{te} + K_{tc} \cdot h_j(\theta, z)] dz \\ dF_{rj}(\theta, z) &= [K_{re} + K_{rc} \cdot h_j(\theta, z)] dz \\ dF_{aj}(\theta, z) &= [K_{ae} + K_{ac} \cdot h_j(\theta, z)] dz \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $K_{te}$ 、 $K_{tc}$ 、 $K_{re}$ 、 $K_{rc}$ 、 $K_{ae}$ 、 $K_{ac}$ は切削加工実験により求められる係数である。

$K_{tc}$ 、 $K_{rc}$ 、 $K_{ac}$ は、いわゆる比切削抵抗に相当する係数で、被削材のせん断により生ずる切削力の工具接線方向、工具半径方向、工具軸方向での切削係数である。

$K_{te}$ 、 $K_{re}$ 、 $K_{ae}$ は、たとえ切り込み量がゼロでも、切れ刃が接触すると切削力が検出されることから考えられた係数で、切れ刃と被削材の摩擦力係数である。

(1)式の $h_j(\theta, z)$ は、回転角 $\theta$ における実切り込み厚さを表し、 $dz$ は工具軸方向の微小要素の厚さである。ここで、各要素毎の切削力をわかりやすくX-Y-Z方向に分解して考えると、

$$\begin{aligned} dF_{xj}(\theta, z) &= [-dF_{tj}(\theta, z)\cos\theta_j(z) - dF_{rj}(\theta, z)\sin\theta_j(z)] dz \\ dF_{yj}(\theta, z) &= [dF_{tj}(\theta, z)\sin\theta_j(z) - dF_{rj}(\theta, z)\cos\theta_j(z)] dz \\ dF_{zj}(\theta, z) &= -dF_{aj}(\theta, z) dz \end{aligned} \quad (2)$$

となる。切れ刃 $j$ に沿った切削力は、(1)式を(2)式に代入し、切れ刃 $j$ の実切削領域に積分することによって求められ、ある回転角 $\theta$ で工具に作用している微小要素の瞬間切削力の総和を求めれば、次式により全体の切削力を計算することができる。

$$\begin{aligned} F_{xj}(\theta) &= \sum_{j=0}^{N-1} F_{xj}(\theta), \quad F_{yj}(\theta) = \sum_{j=0}^{N-1} F_{yj}(\theta), \\ F_{zj}(\theta) &= \sum_{j=0}^{N-1} F_{zj}(\theta), \end{aligned} \quad (3)$$

なお、実切り込み厚さ $h(\theta, z)$ は、一刃あたりの送り量を $S_{ij}$ として、次式で表される。

$$h(\theta, z) = S_{ij} \sin\theta_j(z), \quad (4)$$

以上の関係から、工具回転角 $\theta$ における切れ刃 $j$ に作用する切削力は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} F_{xj}(\theta) &= \frac{R}{\tan\lambda} [K_{te} \cdot \sin\theta_j(z) - K_{re} \cdot \cos\theta_j(z) \\ &\quad + \frac{S_{ij}}{4} \{K_{re}(2\theta_j(z) - \sin 2\theta_j(z)) \\ &\quad - K_{tc} \cdot \cos 2\theta_j(z)\}]_{z_{j,1}(\theta)}^{z_{j,2}(\theta)} \\ F_{yj}(\theta) &= \frac{R}{\tan\lambda} [-K_{re} \cdot \sin\theta_j(z) - K_{te} \cdot \cos\theta_j(z) \\ &\quad + \frac{S_{ij}}{4} \{K_{te}(2\theta_j(z) - \sin 2\theta_j(z)) \\ &\quad + K_{rc} \cdot \cos 2\theta_j(z)\}]_{z_{j,1}(\theta)}^{z_{j,2}(\theta)} \\ F_{zj}(\theta) &= \frac{R}{\tan\lambda} [K_{ae}\theta_j(z) - S_{ij}K_{ac} \cdot \cos\theta_j(z)]_{z_{j,1}(\theta)}^{z_{j,2}(\theta)} \end{aligned} \quad (5)$$

$R$ は工具半径、 $\lambda$ は工具ねじれ角である。

式(5)を式(3)のように総計すれば、工具全体に作用する切削力がX-Y-Z方向の分力として求められる。

次に加工中の工具変形から加工誤差を推定する静

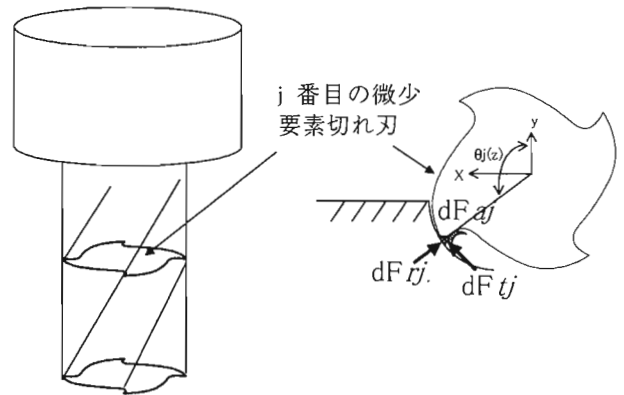


図4 微小要素内での切削力

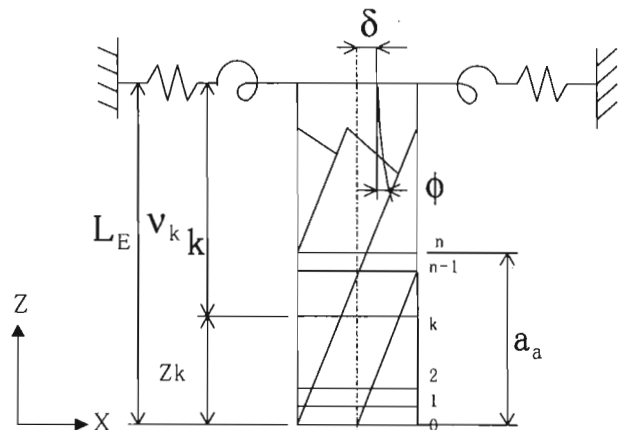


図5 エンドミルの静的変形モデル

(出典：工具変形を考慮した不等ピッチ切れ刃エンドミルの切削加工モデル、精密工学会誌 Vol63, No.2, 1997)

変形モデルについて説明する。図5は、機械と工具系が線形ばねとねじりばねで支持されているとするとき、軸方向にn分割された工具の節点lに作用する力により生じる節点kでのY方向のたわみは、次式で求められる。

$$\delta_y(k,l) = \begin{cases} \frac{\Delta F_{y,l} v_k^2}{6EI} (3v_l - v_k) + \delta_{c0}(k,l), & 0 < v_k < v_l \\ \frac{\Delta F_{y,l} v_l^2}{6EI} (3v_k - v_l) + \delta_{c0}(k,l), & v_k < v_l \end{cases}$$

ここで、 $v_k = L_E - Z_k$ 、 $\Delta F_{y,l}$ は要素lに作用するY方向分力、Eは工具材料の弾性係数、Iは工具の断面二次モーメントである。一方、工具把持部で生ずるY方向の変形は次式で求められる。

$$\delta_{c0}(k,l) = \delta + \phi_{v_k} = \Delta F_{y,l} \left( \frac{1}{k} + \frac{v_k \cdot v_l}{\Omega} \right)$$

なお、k及び $\Omega$ は、機械と工具系の線形ばね、ねじりばね係数である。以上から、節点kにおける工具変形は、工具自身の弾性変形と機械-工具系での変位を足したものとなり、X-Y方向では各々次式で表される。

$$\delta_x(k) = \sum_{l=0}^n \delta_x(k,l) \quad \delta_y(k) = \sum_{l=0}^n \delta_y(k,l)$$

### 3. 計算結果の検証

実際の超硬コーティングエンドミル（商品名：プラチナ X's ミルハードレギュラ）を使って、切削力と加工面を測定し、計算結果と比較してみた。

切削力はキスラー製の3分力計を使用し、加工面

エンドミル：プラチナ X's ミルハードレギュラ  
寸法：φ10x22x70x φ10 6枚刃  
被削材：SKD11, 60HRC  
切削条件：2,400min<sup>-1</sup> (V75m.min) 1,400mm/min(0.1mm/刃)  
aa10mm ar0.2mm ドライ、ダウンカット

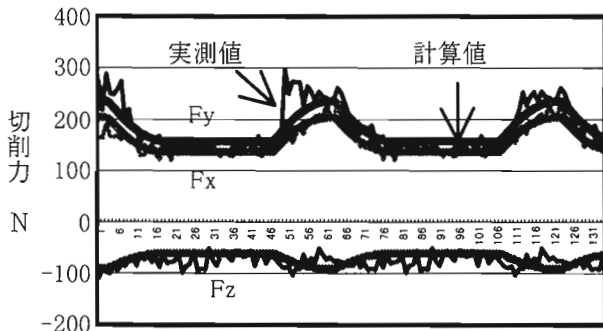
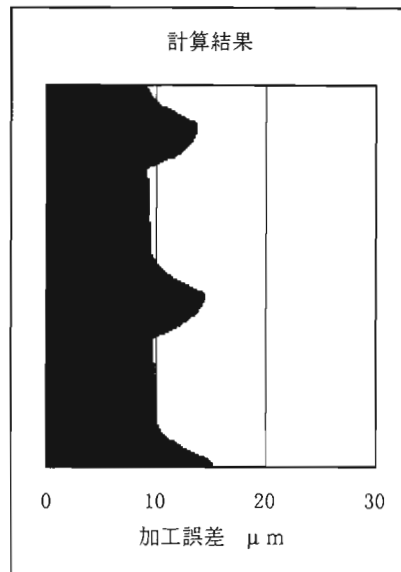


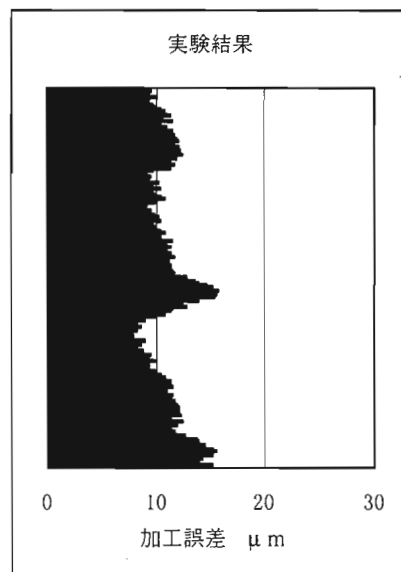
図6 切削力の計算値と実測値の比較

はZ方向に電気マイクロメータを走らせ機上測定を行い、それぞれ直接コンピュータに取り込んだ。

エンドミル外径φ10mm、6枚刃でSKD11, 60HRCを回転数2,400min<sup>-1</sup>、送り量0.1mm/刃、 $a_a=10$ mm、 $a_r=0.15$ mm、ダウンカットで切削した。図6からも明らかのように、軸方向切削力Fzでは、若干の誤差があるが、背分力Fx、送り分力Fyとも、実験値と計算値とはほぼ同じ結果が得られた。また、図7に示したとおり加工面の誤差も非常に高い精度で整合性が得られることがわかる。



<計算値>



<実測値>

図7 加工面誤差の計算値と実測値の比較

#### 4. 設計諸元に対応する方法

今まで述べてきた厳密な切削力を計算する方法においても、あくまで実験により各切削係数を求めておく必要がある。その意味からは、2.1 で述べた従来の方法とあまり変わらないのかもしれないが、いろいろな設計値をもったエンドミルによるデータベース化を行えば、非常に有効に設計諸元の妥当性を事前に検証することができる。

この目的のため、外周すくい角、外周逃げ角及びねじれ角を表1のように変えたエンドミルを試作し、各々の工具の持つ切削係数を実験により求めた。表2がその結果である。なお、実験には、外径φ10、刃長18、全長70、シャンク径φ12の高速工具鋼製2枚刃エンドミルを使用した。切削条件は、表3の通りである。このとき、摩擦に関する  $K_{te}$ 、 $K_{re}$ 、 $K_{ae}$  の変化は工具の設計諸元によってもあまり変わらず、一定と見なすことができた。

これらの結果から、ねじれ角を $\lambda$ 、外周すくい角を $\gamma$ 、外周逃げ角を $\alpha$ として、重回帰分析により切削係数を表すと、

$$K_{tc} = 385.405\lambda - 1912.80\gamma - 521.148\alpha + 2927.8$$

表1 実験に用いたエンドミルの諸元

ねじれ角	外周すくい角	外周逃げ角
30°	8°	8°
35°	12°	12°
40°	16°	16°
45°		

表2 切削係数の一例

ねじれ角	外周すくい角	外周逃げ角	$K_{tc}$	$K_{rc}$	$K_{ac}$
30°	12°	12°	2617	1066	549
35°	12°	12°	2586	1092	630
40°	12°	12°	2875	1269	889
45°	12°	12°	2759	1126	989
30°	16°	8°	2534	912	574
30°	8°	16°	2722	1384	571
30°	16°	12°	2537	964	516
30°	8°	12°	2705	1256	549
30°	12°	16°	2641	1182	587
30°	12°	8°	2585	1175	544
35°	16°	16°	2492	936	671
35°	12°	8°	2638	1090	645
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
40°	16°	16°	2465	814	797
40°	8°	8°	2864	1255	828

表3 切削条件

被削材	NAK80	回転数	76min <sup>-1</sup>
硬さ	40HRC	送り量	0.02mm/刃
切り込み	a <sub>1</sub> 15mm		0.03mm/刃
	a <sub>0</sub> 0.5mm		0.04mm/刃
切削方法	ダウンカット		0.05mm/刃

$$K_{rc} = -273.845\lambda - 3207.21\gamma + 1972.059$$

$$K_{ac} = 1559.707\lambda - 425.891\gamma - 181.629$$

が算出される。この式からもわかるとおり、切削力に影響を与える因子は、ねじれ角 $\lambda$ と外周すくい角 $\gamma$ であり、外周の逃げ角 $\alpha$ はあまり関係のないことがわかる。

このようにして、設計諸元のデータベース化を進めれば、切削力が計算によりあらかじめ把握でき、削られた被削物の表面誤差を知ることが可能になる。

#### 5. 今後の展開

以上、エンドミルの切削力の算出方法及び加工誤差について、高い精度で検討を行うことができることは実証された。しかしながら、最終の目的は、切削中の切削力や加工面のデータを、CAMにフィードバックして、加工前にCAMデータの最適化を行うことであると考えている。

最適化のアルゴリズムは、図8のフローチャートに示すとおりである。すなわち、従来の方法により初期値を与えた後、CAMを走らせ、加工誤差及び切削力を逐次計算する。これにより、実際の加工を始める前に、被削物の目標値からの誤差を最小にすることが可能であるとともにCAMデータの自動修正が可能となる。

しかしながら、工具は加工の進展とともに摩耗が進行し、切削力は増加するものである。これをいかに計算式で表し、取り込むかが今後の課題となろう。又、機械毎に変わる剛性、ツーリングの剛性、クランプ剛性などをいかに簡便に計測するかも課題として残る。

#### エンドミル切削条件の選定の方法

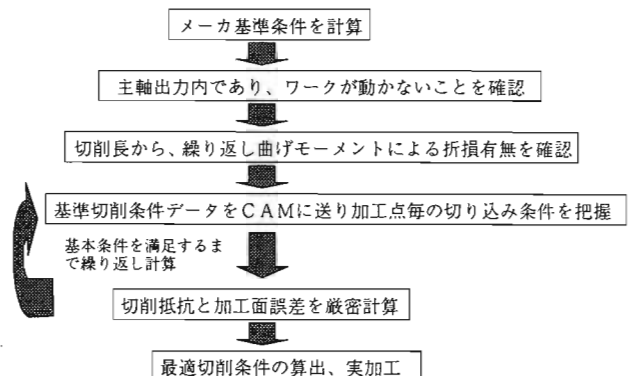


図8 最適化のアルゴリズム

## 6. おわりに

本報では、エンドミルの切削力と加工誤差の計算方法とその実証について述べてきたが、先述のとおり工具の寿命を考慮した場合、機械剛性が変わった場合そしてワークのクランプ剛性が変わった場合などに対応するために、さらに基礎的実験が必要であることは言うまでもない。

現在まで、プラチナ X's ミルシリーズの設計諸元については、本理論を応用し最適すくい角及び外周逃げ角を決定し、切削抵抗が小さく、切りくず排出性に優れたエンドミルとして商品化を実現してきた。また、スクロールコンプレッサ加工用エンドミルでは、壁真直度を向上させるため表面誤差のシミュレーションを行い、最適ねじれ角を決定するなど、本理論は実際の商品に応用されている。

今後は、各研究機関とともにソフト化された加工技術としての完成を目指したい。

## 文献

- (1) 翁 登茂二, 森内 忠義: エンドミルによる加工技術, 不二越技報 35(1), P.21-52, (1979)
- (2) S.Smith and J.Trusty: An overview of Modeling and Simulation of the Milling Process, Trans.ASME, J.Eng.Ind., 113, 2, (1991), 169-175
- (3) 白瀬 敬一, 平尾 政利, 安井 武司: 工具変形を考慮した不等ピッチ切れ刃エンドミルの切削加工モデル, 精密工学会誌 63(2), P269-273, (1997)
- (4) 白瀬 敬一: エンドミル加工における切削モデルとシミュレーション, 先端加工第 16 巻第 1 号, P62-73, (1997)
- (5) 渋谷 健, 白瀬 敬一, 堀 功等: エンドミル加工シミュレーションにおける刃先形状と切削係数の関係, 1997 年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集, 137



堀 功

1980年 入社  
工具の設計・開発・営技活動  
に従事  
1988年 独駐在 (NACHI Germany)  
1995年より工具の設計・開発に従事  
現在に至る