

NACHI  
**TECHNICAL  
REPORT**  
Components

Vol. **14D1**  
October/2007

機能部品事業

マテリアル

■ 技術講座

知りたいトライボロジー講座⑥

「転がり接触面下の応力」

Things to know about Tribology

"Stress below the Contact Surface of Rolling Element"

〈キーワード〉 最大剪断応力・繰り返し剪断応力・格子間ひずみ・  
半価幅・残留応力

部品事業部／技術一部

渡辺 孝一

Kouichi Watanabe

## 要 旨

転がり接触の稿では、接触面がどれくらいの大きさになり、転がり接触面に外力がどのように分散していくかを論じてみました。

ここでは、外力が接触面を通じて、接触面下どのように分散していき、内部がどのような応力状態になっているかを論じてみたいと思います。

転がり接触では、材料の疲労や強度を論じるときには面圧分布よりも接触面下の応力状態を論じなければなりません。ここで述べますことは、この後の転がり軸受の耐久性を論じるときにも使われることになります。

ここでは、耐久性を論じるに必要な応力に限って、その基礎を述べることに致します。

## Abstract

The previous session regarding the contact of rolling surface discussed the size of the contact surface and dispersion of an external force to the rolling surface.

Here we will discuss how the external force will spread below the contact surface and how the stress will be applied inside.

When the material fatigue or strength is discussed in terms of rolling contact, the stress placed on the lower contact surface rather than the surface pressure distribution must be argued. We will focus only on the stress that will be discussed in relation to endurance and will explain the basics that will be argued again with respect to the rolling bearing endurance.

## 1.二次元解析

### 1) 極座標応力

転がり運動とは、「荷重を受けている接触点が移動している」ということです。道路がタイヤの転がり運動により疲弊していくように、軸受の材料もいずれ疲弊の道をたどります。その解明には、接触点の内部はどうなっているのかを、まず明らかにしなければなりません。転がり接触点の内部に、単位面積あたりどんな力が作用しているか(これを応力といいます)を、単位長さあたりPの荷重(これを線分布荷重といいます)が作用している状態で、最初に解析したのはブシネスク(Joseph Valentin Boussinesq; 仏 1842~1929)という人でした。

これによれば、接触点から角度 $\theta$ の方向に $r$ だけ深くなった位置の応力は、次のように表わされます。

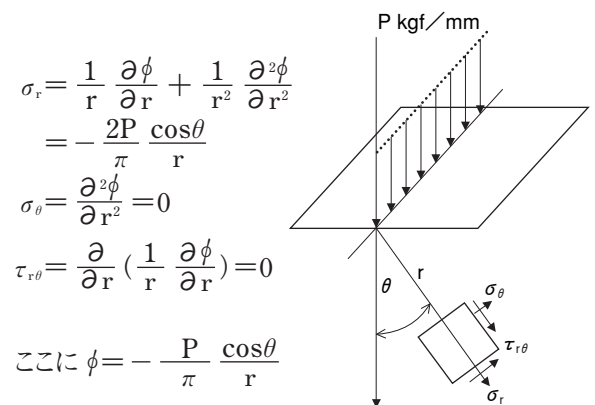


図1 ブシネスクの与えた2次元解

この解析結果は、半径方向の応力しか発生しないという結果になっています。 $r=0$ を代入すれば分かりますように、接触点そのものの位置での応力値は無限大になるという欠点をもっていますが、定性的に論じる限りにおいて、この解析結果は精密解と大差のないことが分かっています。

このようにして、ブシネスクの解は、以降の接触問題を扱う式の基礎となっています。



## 2) XY座標応力

この数式は<sup>※1</sup>モール (Mohr) の円を描くことにより、次のように、XY座標での数値に変換することができます。分かりやすくするため、Z方向は深さaの位置、X方向は $x = a \cdot \tan\theta$ と表わすことにより、任意のX、Z位置の発生応力値を計算すると、次のような式になります。

$$(\sigma_z)_{z=a} = -\frac{2P}{\pi a} \cos^4\theta$$

$$(\sigma_x)_{z=a} = -\frac{2P}{\pi a} \sin^2\theta \cos^2\theta$$

$$(\tau_{xz})_{z=a} = \frac{2P}{\pi a} \sin\theta \cos^2\theta$$

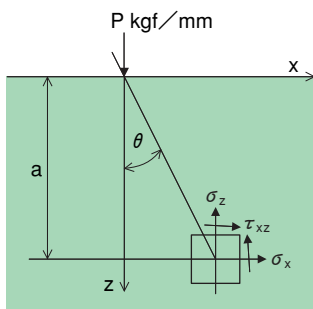


図2 ブシネスクの解のXY座標表示

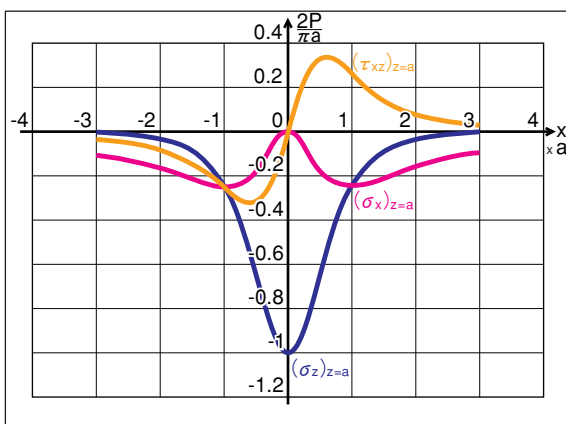


図3 ブシネスクの解による、 $z=a$ の深さに発生する応力のx方向分布

これらの応力値がX方向にどのように変化するかを調べると、図3のような線図になります。

ここでは、 $z=a$ 位置に限定して、aの倍率のX位置での応力値を表わす形にしました。計算数値の結果がマイナスになれば、応力は大きさが同じで、方向が図と逆になることを示しています。

この解析結果は、線状の荷重分布に限られていますが、現実の3次元面圧分布と非常に近いことが検証されています。

この結果によれば、接触荷重がX方向に移動して行くにつれて、線図のように応力値が変化していくことになり、 $\sigma_z$ と $\sigma_x$ は圧縮応力の増減繰り返しますが、 $\tau_{xz}$ は接触点の移動前後でプラスからマイナスへ変化する、つまり応力の方向が逆転することが分かります。

このことから、転がり疲労にはこの $\tau$ の方向逆転が効くことが予測され、実際に転がり疲労した現物を観察すると、<sup>※2</sup>接触面下45°方向に、この剪断応力 $\tau_{xz}$ の方向と一致する組織変化が認められ、この応力が疲労に關与する量として考えられるようになりました。

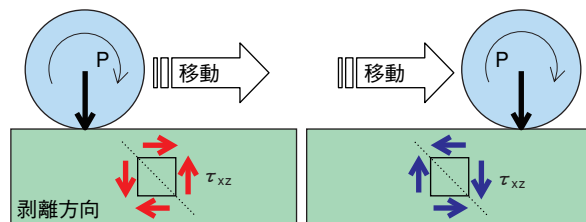


図4 接触面下の1点における転がり移動前後の応力方向の変化

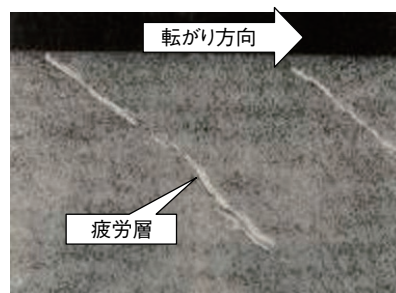


図5 転がり疲労した接触面下の断面写真

### 3.三次元解析

実際の面圧分布はブシネスクの解析モデルのような、線荷重分布ではなく、立体的な分布です。ブシネスクの解析結果は、 $r=0$ において無限大の解になるため、 $r$ の小さい領域においては解とすることはできなかったのですが、接触面下の1点に限定して、その部分が他の各分布荷重から受ける影響量と同じブシネスクの式を使い計算して積分すると、 $r=0$ においても有限確定値をもつようになります。

ただし、計算式は複雑で、任意の位置における応力を簡単な式に表わすことはできなくなります。

ここでは転がり疲労を論じるときに必要なとされる応力値について、結果のみ示すこととします。

#### 1) 最大剪断応力 $\tau_{max}$

転がり軸受に使用される材料は、一般的には硬く、耐摩耗性に優れています。このような材料は、高硬度材とよばれていますが、このような材料は圧縮には強いのですが、剪断や引張りには比較的弱いのが特徴です。

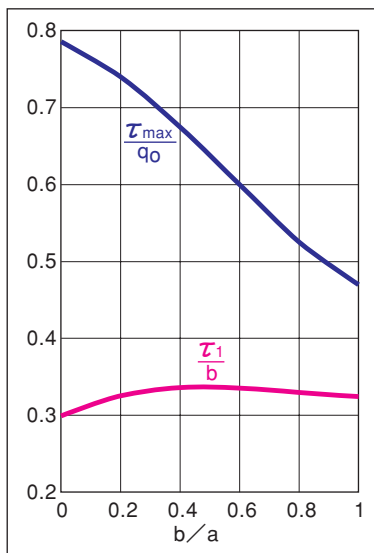


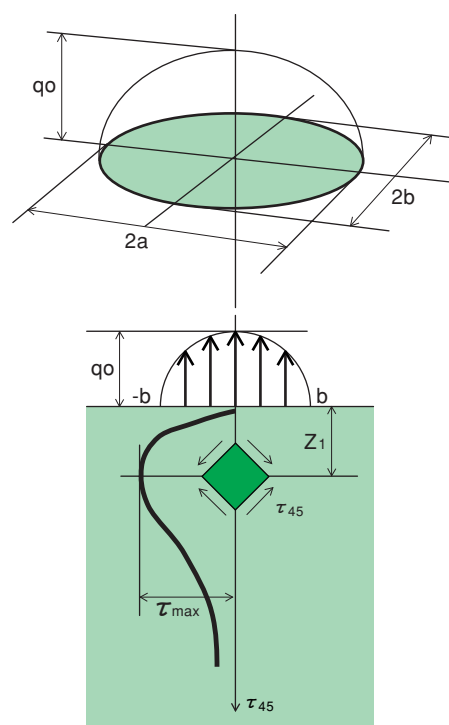
図6 接触楕円中央直下の最大剪断応力 $\tau_{max}$ の大きさおよびその作用する深さ $z_1$

そのため、転がり接触では、剪断応力の大きさやその発生位置を吟味することがよく求められます。長径 $2a$ 、短径 $2b$ の接触楕円に最大面圧 $q_0$ が回転楕円体面圧分布するときの、接触面下に発生する最大の剪断応力値 $\tau_{max}$ は、接触面の中央直下のある深さの位置で発生することが分かっています。

そしてその大きさ $\tau_{max}$ とそれが発生する深さ $z_1$ は、接触楕円の長短径の比 $b/a$ により、図6の線図のように求められます。

$b/a=0$ は線接触での解になるのですが、このときは $\tau_{max}/q_0=0.786$   $z_1/b=0.3$ になります。潤滑便覧などで良く利用されているのが、この数値です。

この剪断応力 $\tau_{max}$ は、材料の静強度を検証するときに使用されますが、転がり疲労の検証には一般的に使用されません。



## 2) 繰り返し剪断応力 $T_o$

ブシネスクの2次元解でも得られていますが、接触点の移動に伴い方向が反転する剪断応力 $\tau_{xz}$ が、材料の疲労にかかわる応力としてとらえられています。長径 $2a$ 、短径 $2b$ の接触楕円に最大面圧 $q_0$ が回転楕円体面圧分布するときの、接触面下にもこの応力は発生します。

この繰り返し剪断応力 $\tau_o$ の大きさとそれが発生する深さ $Z_o$ は、接触楕円の長短径の比 $b/a$ により、図7の線図のように求められます。 $b/a=0$ は線接触での解になるのですが、このときは $2\tau_o/q_0=0.5$   $Z_o/b=0.5$ になります。

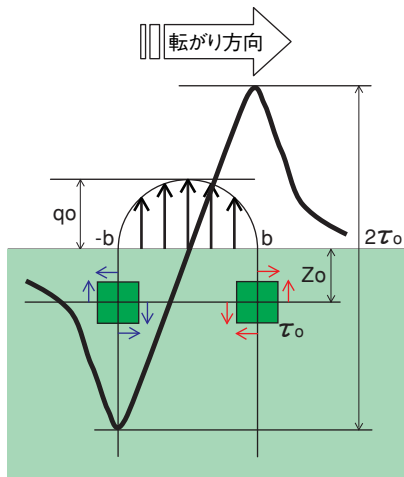
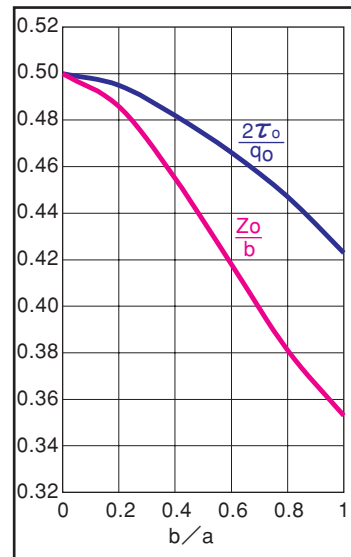


図7 接触点移動により、方向転換する剪断の繰り返しを受ける最大応力 $T_o$ の大きさおよびその作用する深さ $Z_o$

これらの数値も、 $\tau_{max}$ の数値と同様に、潤滑便覧などでは、よく引用されています。

もっともひずみの影響を受ける深さ $Z_o$ は、形成される接触楕円の大きさに比例し、接触楕円は外力に比例するので、 $Z_o$ は外力の大きさに依存することが分かります。



## ※3 4. 格子間ひずみ

軸受は回転しますので、回転輪の転動体の接触点は全周に亘り、固定輪は円周の一部において、接触点直下の材料組織は剪断応力の繰り返しによる組織ひずみを受けることになります。

その影響をもっともよく受ける場所は、上記の解析結果から、特定の深さの $Z_o$ の場所であることが分かります。したがって、軸受使用後の材料を調査して、ひずみのもっとも変化している場所(深さ)を特定すれば、そのデータから、軸受に負荷されていた外力を特定することができます。

## (ブラッグ(Bragg)の法則と残留応力式の構成)

規則正しい格子配列に、X線のある入射角で照射すると、照射部分から再放出される反射は格子の配列に応じて、特定の範囲に方向を強めあって散乱されていきます。

この現象を「回折」といいますが、入射X線と回折X線のなす角度を回折角 $2\theta$ とすれば、

$$n \cdot \lambda = 2d \cdot \sin\theta$$

ここに  $d$ : 結晶の格子間隔  
 $n$ : 任意の整数  
 $\lambda$ : X線の波長  
 $\theta$ : ブラッグ角

が成立し、これを「ブラッグ(William Laurence Bragg; 豪 1890~1971)の法則」といいます。

この数式を微分すると、

$$\frac{\Delta d}{d} = -\cos\theta \cdot \Delta\theta$$

になるので、格子間ひずみ $\Delta d/d$ とブラッグ角(回折角)の変化量 $\Delta\theta$ が比例関係にあることが分かります。ひずみは応力に変換できることから、

$$\sigma_R = K \frac{d(2\theta)}{d(\sin^2\psi)}$$

ここに K:材料の回折面に依存する固有数値

n:材料法線と回折格子面法線のなす角度

の計算式が誘導でき、これより材料内部に残留している応力 $\sigma_R$ を推定できることとなります。

### ( $\psi$ 変化量に対する回折強度の最大角度 $2\theta$ の変化量)

入射X線の一つの角度に対して得られる回折X線はある回折角度で最大の回折強度をもつ分布をします。このときの角度 $2\theta$ を、入射X線と回折X線が決める $\psi$ をいろいろ変えて測定し、 $\sin^2\psi \sim 2\theta$ のプロットを行なうと、これらの間には勾配をもった直線関係が得られます。これが $d(2\theta)/d(\sin^2\psi)$ となります。

このようにして、材料表面をわずかに化学研削などで削りながら、これらの測定を深さ方向に繰り返すことで、深さ方向での残留応力の分布を測定することができます。材料内部では、初期の応力状態に対し、転がりによる繰り返し応力を受けた分の変化が発生するはずですが、変化する分は、先に述べました $\tau_o$ の分と考えられ、その極大値が特定の深さになるので、残留している応力のもっとも変化している深さから、面圧の大きさを特定できて、面圧と外力とは一つの関係に特定できることが分かっているため、こうして外力を特定できる手段が講じられることとなります。

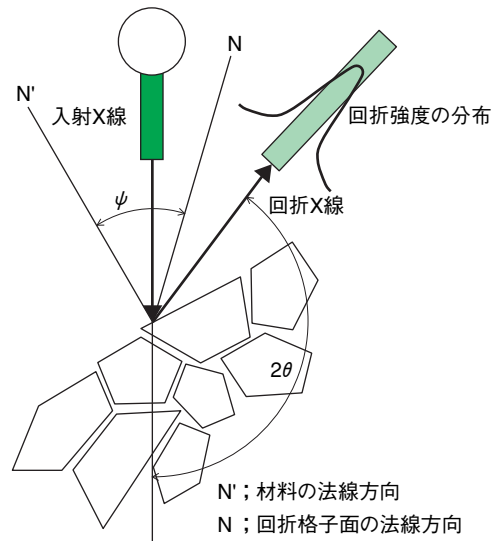


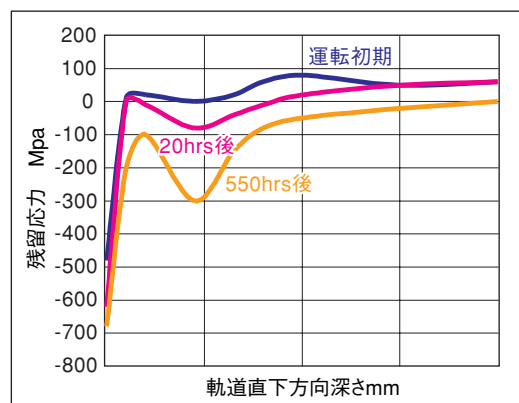
図8 格子の回折条件

### (実験による検証)

同一条件で運転する一群の多数の転がり軸受について、その運転途中で部分的に取り外し、回転輪の軌道部の残留応力を深さ方向に測定すると、回転時間と共に、つまり繰り返し応力を受ける頻度に比例して、残留応力が変化していくことが観測されています。残留応力の数値そのものは変化していきませんが、その変化点の位置は外力条件が変わらない以上は変わりません。ですから、この深さ方向の位置を特定することで、外力の大きさが特定できるということは、今日では多くの方に支持されるようになってきています。

図9には、単列深溝玉軸受6206を使用して、残留応力の経時変化を観測したときの実測例を示します。繰り返し剪断応力 $\tau_o$ の発生位置 $Z_o$ は約0.1と計算されるのですが、実験でも、ほぼその位置に発生していることが検証されました。

また、運転の比較的早い段階から、その兆候が認められることも分かってきました。



・試験軸受	: 6206相当	・接触楕円計算値
・外力	: ラジアル荷重6000N	2a=3.907
・回転数	: 3000rpm	2b=0.418
・潤滑	: ギアオイルバス	b/a=0.106
・耐久寿命実測	: 2096hrs	Zo=0.497×0.418/2 =0.104

図9 6206に6000N負荷時の軌道面直下方向の残留応力の経時変化

## 5. 開発への応用

以上のように、転がり接触面の内部ではどのような力が発生しているのかは、ほぼ解明できるようになってきました。そして、表面改質などを行なう軸受の設計には、この考え方が多用されています。

軸受に使用される材料は、耐摩耗性が必要なため、一般的には硬い材料が使用されます。それでも、軸受の使用環境は次第に厳しくなっており、接触面の改質により耐久性を向上させようとする開発がすすんでいます。その改質層の深さを設定するとき、この考え方が使用されているのです。

また、衝撃荷重が頻発する使用箇所では侵炭鋼を使用して衝撃力を吸収する技術が多用されます。この材料を使うときは、転がり面に「硬化層」を形成させなくてはならないのですが、必要な層の厚みを決めるときにもこの考え方が使われています。

このようにして、接触面下の状態が明らかになるにつれ、必要な深さの範囲だけ必要な層を形成させることで材料の改善がさらにすすんでいくものと思われる。ヘルツ (Heinrich Rudolf Hertz; 独 1857~1894) やブシネスクの解析は、当時の反響はあまりなかったようなのですが、転がり要素設計の最適化にはなくてはならないものになっています。

ここで使った剪断応力  $\tau$  とその発生深さ  $Z_0$  は、転がり疲労を論じるときに再度使われるもので、転がり軸受の動定格荷重の計算式が<sup>※4</sup>つくられたときの重要な因子になったものです。その意味においても、ヘルツやブシネスクは、不朽の解析結果を残してくれたといっても過言ではないと思われます。

### 用語解説

#### ※1 モールの円 (Mohr's circle)

ある断面での発生応力状態を、その断面とは異なる角度の断面での発生応力状態に変換するときに使用される引張り(圧縮)応力  $\sigma$  と剪断応力  $\tau$  のダイヤグラム図。例えば単純引張り応力  $\sigma_0$  のみが作用している断面でのモールの円は、 $\sigma-\tau$  軸上では円の中心が座標原点に位置する半径  $\sigma_0$  の円になる。

#### ※2 剪断応力

2つの面を平行ずれさせようとする単位面積あたりの力。

#### ※3 格子 (こうし)

物質を形成する原子群の配列および配列群を示す。例えば鋼鉄材料では、サイコロの4角にFe原子、内部中央にC原子が配置された状態をしている体心立方格子や、空間が原子で埋め尽くされている面心立方格子などがある。

#### ※4 動定格荷重

転がり軸受の転がり疲労を示す尺度で、一群の軸受の90%が100万回の回転に耐えうる大きさと方向と変わらないラジアル荷重、またはラスト荷重のことを示す。

### 関連記事

- 1) 渡辺 孝一：知りたいトライボロジー講座①「トライボロジー入門」  
NACHI-BUSINESS news Vol.7 D1、May/2005
- 2) 横山 良彦・渡辺 孝一：知りたいトライボロジー講座②「摩擦・摩耗」  
NACHI-BUSINESS news Vol.9 D2、November/2005
- 3) 高木 俊行・渡辺 孝一：知りたいトライボロジー講座③  
「転がり接触について」  
NACHI-BUSINESS news Vol.10 D1、June/2006
- 4) 渡辺 孝一：知りたいトライボロジー講座④  
「弾性流体潤滑理論 (EHL理論)」  
NACHI TECHNICAL REPORT Vol.11 D1、October/2006
- 5) 菅洞 英樹・渡辺 孝一：知りたいトライボロジー講座⑤  
「転がり運動について」  
NACHI TECHNICAL REPORT Vol.13 D1、June/2007

本 社	本社・富山事業所 東京本社	富山市不二越本町1-1-1 東京都港区東新橋1-9-2 汐留住友ビル17F <a href="http://www.nachi-fujikoshi.co.jp/">http://www.nachi-fujikoshi.co.jp/</a>	〒930-8511 〒105-0021	Tel.076-423-5111 Tel.03-5568-5111	Fax.076-493-5211 Fax.03-5568-5206
生産拠点	富山事業所	富山市不二越本町1-1-1	〒930-8511	工具 マシナリー ロボット ベアリング	Tel.076-423-5100 Fax.076-493-5221 Tel.076-423-5140 Fax.076-493-5242 Tel.076-423-5135 Fax.076-493-5252 Tel.076-423-5120 Fax.076-493-5231
	東富山事業所	富山市米田町3-1-1	〒931-8511	マテリアル 油圧機器	Tel.076-438-4411 Fax.076-438-6313 Tel.076-438-8970 Fax.076-438-8978
	滑川事業所	富山県滑川市大掛176	〒936-0802	プレジジョン カーハイドロリクス クリーンサーモ コーティング 精密成形	Tel.076-471-2101 Fax.076-471-2630 Tel.076-471-2320 Fax.076-471-2324 Tel.076-471-2982 Fax.076-471-2987 Tel.076-471-2985 Fax.076-471-2989 Tel.076-471-2991 Fax.076-471-2992
	水橋事業所	富山市水橋伊勢屋193	〒939-3524	ベアリング	Tel.076-478-2098 Fax.076-479-1081
営業拠点	東日本支社 北海道営業所 福島営業所 山形営業所 北関東営業所	東京都港区東新橋1-9-2 汐留住友ビル17F 札幌市東区本町1条10-4-10 福島県郡山市桑野2-33-1 ワン・ブリッジビル2F 山形県西村山郡河北町谷地字真木130-1 (株) ナチ東北精工内 群馬県太田市浜町26-2	〒105-0021 〒065-0041 〒963-8025 〒999-3511 〒373-0853	Tel.03-5568-5280 Tel.011-782-0006 Tel.024-991-4511 Tel.0237-71-0321 Tel.0276-46-7511	Fax.03-5568-5290 Fax.011-782-0033 Fax.024-935-1450 Fax.0237-72-5212 Fax.0276-46-4599
	中日本支社 東海支店 北陸支店	名古屋市名東区高社2-120-3 ナチ名古屋ビル 浜松市海老塚1-20-17 富山市石金2-3-60 ナチ北陸ビル	〒465-0095 〒432-8033 〒930-0966	Tel.052-769-6811 Tel.053-454-4160 Tel.076-425-8013	Fax.052-769-6830 Fax.053-454-4845 Fax.076-493-5215
	西日本支社 中国四国支店 広島営業部 九州支店	東大阪市本庄西2-73-14 ナチ大阪ビル 岡山市西古松2-2-30 広島市安佐南区西原8-25-10 福岡市博多区山王1-10-30	〒578-8522 〒700-0927 〒731-0113 〒812-0015	Tel.06-6748-2510 Tel.086-244-0002 Tel.082-832-5111 Tel.092-441-2505	Fax.06-6748-1955 Fax.086-243-4346 Fax.082-832-5114 Fax.092-471-6600
海 外	国際営業部	東京都港区東新橋1-9-2 汐留住友ビル17F	〒105-0021	Tel.03-5568-5240	Fax.03-5568-5236
生産拠点 Overseas Manufacturing Companies	AMERICA EUROPE ASIA and OCEANIA	Indiana, Michigan / U.S.A. BRAZIL SPAIN CZECH KOREA TAIWAN CHINA THAILAND SINGAPORE			
営業拠点 Overseas Sales Companies	AMERICA EUROPE ASIA and OCEANIA	U.S.A. CANADA MEXICO BRAZIL GERMANY SPAIN U.K. ITALY KOREA TAIWAN CHINA THAILAND SINGAPORE MALAYSIA INDONESIA PHILIPPINES VIETNAM AUSTRALIA			